Задание 1.

В среднем из 100 клиентов банка 37 обслуживаются первым операционистом и 63 – вторым операционистом. Вероятность того, что клиент будет обслужен без помощи заведующего отделением, только самим операционистом, составляет $p_1 = 0,54$ и $p_2 = 0,92$ соответственно для первого и второго служащих банка. Какова вероятность, что клиент, для обслуживания которого потребовалась помощь заведующего, был направлен к первому операционисту?

Решение:

Обозначим события:

H_1 – клиент направлен к первому операционисту, $P(H_1) = 0,37$

H_2 – клиент направлен ко второму операционисту, $P(H_2) = 0,63$

A – клиенту понадобилась помощь заведующего

A/H_1 – клиенту, направленному к первому операционисту, понадобилась помощью заведующего; $P(A/H_1) = 1 - 0,54 = 0,46$

A/H_2 – клиенту, направленному ко второму операционисту, понадобилась помощью заведующего; $P(A/H_2) = 1 - 0,92 = 0,08$

Вероятность $P(A)$ находится по формуле полной вероятности:

$$P(A) = P(H_1) \cdot P(A/H_1) + P(H_2) = 0,37 \cdot 0,46 + 0,63 \cdot 0,08 = 0,2206$$

Вероятность события H_1/A (клиент, для обслуживания которого потребовалась помощь заведующего, был направлен к первому операционист) будем находить по формуле гипотез (формуле Байеса):

$$P(H_1/A) = \frac{P(H_1) \cdot P(A/H_1)}{P(A)} = \frac{0,37 \cdot 0,46}{02206} \approx 0,772$$

Задание 2.

Вероятность повышения цены акции за один рабочий день на 1% равна 0,4, вероятность повышения на $0,2\%$ равна 0,5, а вероятность понижения на 4% равна 0,1. Найдите математическое ожидание изменения цены акции за 300 рабочих дней, считая, что начальная цена акции составляет 1000 рублей, а относительные изменения цены за различные рабочие дни – независимые случайные величины.

Решение:

Пусть X — случайная величина, равная изменению цены акции (в процентах) за 1 день. Тогда ее закон распределения имеет вид:

x_i	1	0,2	-4	**ИТОГО:**
p_i	0,4	0,5	0,1	**1**

Найдем ее математическое ожидание

$$M(X) = \sum x_i p_i = 1 \cdot 0,4 + 0,2 \cdot 0,5 + (-4) \cdot 0,1 = 0,1$$

Значит, в среднем за день цена акции повышается на $0,1\%$.

Пусть Y — случайная величина, равная изменению цены акции (в процентах) за 300 дней. Тогда $Y = 300X$ и

$$M(Y) = M(300X) = 300M(X) = 300 \cdot 0,1 = 30$$

Значит, в среднем за 300 рабочих дней цена акции повышается на 30%. Если первоначальная цена акции 1000 руб., то через 300 рабочих дней ее средняя цена составит:

$$1000 + \frac{1000 \cdot 30\%}{100\%} = 1300\,\text{руб.}$$

Задача 3.

Для нормальной случайной величины X с математическим ожиданием $M(X) = 0,7$ и дисперсией $D(X) = 49$ найдите вероятность $P(|X| > 4,9)$.

Решение:

Вероятность попадания в промежуток $[a, b]$ нормально распределенной случайной величины находится по формуле:

$$P(a \leqslant X \leqslant b) = \Phi\left(\frac{b-m}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{a-m}{\sigma}\right),$$

где $m = M(X) = 0,7$, $\sigma = \sqrt{D(X)} = \sqrt{49} = 7$.

Найдем вероятность:

$$P(|X| \leqslant 4,9) = P(-4,9 \leqslant X \leqslant 4,9) =$$

$$= \Phi\left(\frac{4,9-0,7}{7}\right) - \Phi\left(\frac{-4,9-0,7}{7}\right) = \Phi(0,6) - \Phi(-0,8) = \Phi(0,6) + \Phi(0,8) =$$

значения функции $\Phi(t)$ определяем по таблице

$$= 0,2257 + 0,2881 = 0,5138$$

Получаем:

$$P(|X| > 4,9) = 1 - P(|X| \leqslant 4,9) = 1 - 0,5138 = 0,4862$$

Задание 4.

Дано: $P(X=50)=0,3,\ \ P(X=80)=0,7,\ \ M(Y/X=50)=3,\ \ M(Y/X=80)=4$. Найдите $D\{M(Y/X)\}$.

Решение:

Найдем математическое ожидание случайной величины Y :

$$M(Y)=M\{M(Y/X)\}=$$

$$=M(Y/X=50)\cdot P(X=50)+M(Y/X=80)\cdot P(X=80)=$$

$$=3\cdot 0,3+4\cdot 0,7=3,7$$

Тогда получаем:

$$D\{M(Y/X)\}=M\{M^2(Y/X)\}-\Big(M\{M(Y/X)\}\Big)^2=$$

$$=M^2(Y/X=50)\cdot P(X=50)+M^2(Y/X=80)\cdot P(X=80)-M^2(Y)=$$

$$=3^2\cdot 0,3+4^2\cdot 0,7-3,7^2=0,21$$