МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное образовательное бюджетное учреждение высшего профессионального образования «Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации»
Владимирский филиал

Кафедра математики и информатики

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА
по дисциплине «Элементы дискретной математики»
Вариант № 10

Исполнитель:
__________ФИО______________
направление подготовки _______
группа ______________________
№ зачетной книжки ___________
Руководитель:
__________ФИО______________

Владимир 2016

Оценочный лист

ФИО студента		
Задание № 1		
Критерии оценки задания	**Max балл**	**Факт. балл**
В решении приведены ответы на поставленные в условии задачи вопросы	12	
Приведена информационная и математическая модель задачи	4	
Задание № 2		
Критерии оценки задания	**Max балл**	**Факт. балл**
В решении приведены ответы на поставленные в условии задачи вопросы	12	
Приведена информационная и математическая модель задачи	4	
Задание № 3		
Критерии оценки задания	**Max балл**	**Факт. балл**
В решении приведены ответы на поставленные в условии задачи вопросы	12	
Приведена информационная и математическая модель задачи	4	
Задание № 4		
Критерии оценки задания	**Max балл**	**Факт. балл**
В решении приведены ответы на поставленные в условии задачи вопросы	12	
Приведена информационная и математическая модель задачи	4	
Задание № 5		
Критерии оценки задания	**Max балл**	**Факт. балл**
В решении приведены ответы на поставленные в условии задачи вопросы	12	
Приведена информационная и математическая модель задачи	4	
Прочие критерии оценки контрольной работы	**Max балл**	**Факт. балл**
Степень удовлетворения контрольной работы требованиям оформления (шрифт, размер шрифта, размеры полей).	5	
Использование в решении задач моделей, подходов и ПО, не рассматриваемых в рамках изучаемой дисциплины	10	
Наличие файлов решения контрольной работы на внешнем носителе	5	
Суммарный балл	**100**	
_______ФИО____ ПРОВЕРЯЮЩЕГО______		

Содержание

Практическая часть

Вариант 10

Задание №1. Даны множества чисел A={1,2,4,5}, B={4,5,6,7}, C={2,3,5,7} и универсальное множество U ={1,2,3,4,5,6,7,8}. Найти множества чисел $D = (A \cap B) \cup (A \backslash C) \cup \overline{B \cup C}$, $E = (\bar{B} \cap \bar{C}) \cup (B \cap A)$. Являются ли множества E и D равными; эквивалентными; включающими одно другое; непересекающимися?

Решение.

Используя определения пересечения, объединения, дополнения и вычитания множеств, последовательно получаем:

$A \cap B = \{4,5\}$ (пересечение множеств состоит из элементов, содержащихся в каждом из этих множеств);

$A \setminus C = \{1,4\}$ (разность двух множеств состоит из элементов, содержащихся в первом множестве, но не содержащихся во втором);

$B \cup C = \{2,3,4,5,6,7\}$ (объединение множеств состоит из элементов, содержащихся хотя бы в одном из этих множеств);

$\overline{B \cup C} = \{1,8\}$ (дополнение множества состоит из элементов, содержащихся в универсальном множестве, но не содержащихся в данном множестве);

$D = (A \cap B) \cup (A \setminus C) \cup \overline{B \cup C} = \{1,4,5,8\}$;

$\overline{B} = \{1,2,3,8\}$; $\overline{C} = \{1,4,6,8\}$;

$\overline{B} \cap \overline{C} = \{1,8\}$; $B \cap A = \{4,5\}$;

$E = (\overline{B} \cap \overline{C}) \cup (B \cap A) = \{1,4,5,8\}$.

Множества E и D являются равными, так как каждый элемент множества E принадлежит множеству D и наоборот.

Множества E и D являются эквивалентными, так как содержат одинаковое количество элементов (по четыре элемента).

Множество D включает множество E $(D \supset E)$, так как все элементы множества E входят в множество D, и наоборот - **множество E включает множество D** $(E \supset D)$, так как все элементы множества D входят в множество E.

Множества E и D не являются непересекающимися, так как существуют элементы, а именно все, входящие и в то, и в другое множество.

Ответ: $D = (A \cap B) \cup (A \setminus C) \cup \overline{B \cup C} = \{1,4,5,8\}$;

$E = (\overline{B} \cap \overline{C}) \cup (B \cap A) = \{1,4,5,8\}$.

Множества E и D являются равными, эквивалентными, включающими друг друга, не являютя непересекающимися.

Задание №2. Из лаборатории, в которой работает 20 человек, 5 сотрудников должны уехать в командировку. Сколько может быть различных составов этой группы, если начальник лаборатории, его заместитель и главный инженер одновременно уезжать не должны?

Решение.

Искомое количество различных составов группы, отправляемых в командировку, равно разности количества всех вариантов выбора 5 сотрудников из 20, работающих в лаборатории, и количества недопустимых вариантов, то есть когда в группе присутствуют начальник лаборатории, его заместитель и главный инженер одновременно.

5 сотрудников из 20 можно выбрать C_{20}^{5} способами, где $C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$ - число сочетаний из *n* элементов по *m*.

Если в группе присутствуют одновременно начальник лаборатории, его заместитель и главный инженер (недопустимые варианты), то еще 2 сотрудников из 17 оставшихся можно выбрать C_{17}^{2} способами.

Отсюда искомое количество различных допустимых групп равно:

$$C_{20}^{5} - C_{17}^{2} = \frac{20 \cdot 19 \cdot 18 \cdot 17 \cdot 16}{5!} - \frac{17 \cdot 16}{2!} = 15368.$$

Ответ: существует 15368 различных составов группы для отправки в командировку.

Задание №3. Установить вид формулы алгебры логики: $L = ((A \leftrightarrow B) \to C) \wedge (A \to (B \vee \bar{C}))$.

Решение.

Пользуясь определениями логических операций, составим таблицу истинности данной формулы. Так как формула зависит от трех переменных, то ее таблица будет содержать $2^3 = 8$ строк и 9 столбцов (количество операций плюс три столбца значений переменных).

A	B	C	$\overline{C}$	$A \leftrightarrow B$	$(A \leftrightarrow B) \to C$	$B \vee \overline{C}$	$A \to (B \vee \overline{C})$	L
1	1	1	0	1	1	1	1	1
1	1	0	1	1	0	1	1	0
1	0	1	0	0	1	0	0	0
1	0	0	1	0	1	1	1	1
0	1	1	0	0	1	1	1	1
0	1	0	1	0	1	1	1	1
0	0	1	0	1	1	0	1	1
0	0	0	1	1	0	1	1	0

Полученные значения в последнем столбце таблицы истинности свидетельствуют о том, что **данная формула как выполнима, так и опровержима**, поскольку существуют наборы значений переменных, обращающих ее и в истинное, и в ложное высказывание.

Ответ: данная формула как выполнима, так и опровержима.

Задание №4. С помощью таблицы истинности найти СДНФ и СКНФ булевой функции $f(x_1, x_2) = (x_1 \to x_2) \to (x_2 \to x_1)$.

Решение.

Строим таблицу истинности, добавив столбцы: СДНФ и СКНФ с элементарными конъюнкциями и дизъюнкциями соответственно.

x_1	x_2	$x_1 \to x_2$	$x_2 \to x_1$	$f(x_1, x_2)$	СДНФ	СКНФ
1	1	1	1	1	$(x_1 \wedge x_2)$	
1	0	0	1	1	$(x_1 \wedge \bar{x}_2)$	
0	1	1	0	0		$(x_1 \vee \bar{x}_2)$
0	0	1	1	1	$(\bar{x}_1 \wedge \bar{x}_2)$	

Из последних двух столбцов получаем искомые совершенную дизъюнктивную нормальную форму (СДНФ) и совершенную конъюнктивную нормальную форму (СКНФ).

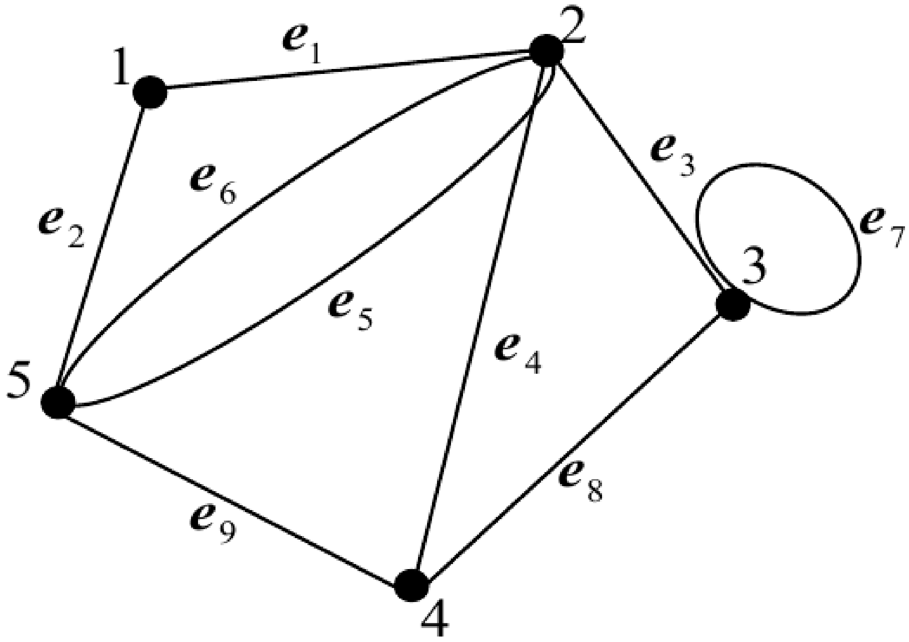
СДНФ: $f(x_1, x_2) = (x_1 \wedge x_2) \vee (x_1 \wedge \bar{x}_2) \vee (\bar{x}_1 \wedge \bar{x}_2)$;

СКНФ: $f(x_1, x_2) = (x_1 \vee \bar{x}_2)$.

Ответ: СДНФ: $f(x_1, x_2) = (x_1 \wedge x_2) \vee (x_1 \wedge \bar{x}_2) \vee (\bar{x}_1 \wedge \bar{x}_2)$;

СКНФ: $f(x_1, x_2) = (x_1 \vee \bar{x}_2)$.

Задание №5. Для графа, представленного на рисунке, найти матрицу смежности и матрицу инцидентности.



Решение.

Матрица смежности графа показывает, какие пары вершин связаны между собой и сколькими ребрами:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Для неориентированного графа матрица инцидентности составляется в виде матрицы $B = \left\| \varepsilon_{ij} \right\|$ размерности $m \times n$. Столбцы этой матрицы будут соответствовать вершинам графа, а строки – его рёбрам.

Если вершина v_j является концом ребра e_i, то $\varepsilon_{ij} = 1$. Если вершина v_j - конец ребра e_i, то $\varepsilon_{ij} = -1$. Если вершине v_j инцидентна петля e_i, то $\varepsilon_{ij} = \mu$, где μ– любое число, кроме чисел $0, \pm 1$ (обычно берут 2). В любом противном случае - $\varepsilon_{ij} = 0$.

Матрица инцидентности заданного графа имеет вид:

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

Список используемой литературы

1. Игошин В.И. Математическая логика и теория алгоритмов. – М.: Академия, 2008.

2. Кук Д., Бейз Г. Компьютерная математика: Пер. с англ. – М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1990.